

دوست مازی من! سلام

به جمع دوپینگی‌های کنکور ۹۹ خوش اومدی! تو این دوره قراره کل نکات ریاضی رو به شکل تست در کمترین حجم با صرف کمترین زمان و انرژی مرور کنیم. میخام براتون توضیح بدم که چطوری از دوره دوپینگ استفاده کنید:



۱- اگر $n(A-B) = ۸$, $n(B-A) = ۱۲$, $n(A \cup B) = ۳n(A \cap B)$ باشد، مقدار $n(A)$ کدام است؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۲

۲- حاصل عبارت $\frac{\cos ۳۴^\circ - \sin ۵۶^\circ}{\cos ۵۲^\circ + \sin ۳۸^\circ}$ ، با فرض $\tan ۲۰^\circ = \frac{۲}{۵}$ ، کدام است؟

(۴) $-\frac{۷}{۳}$

(۳) $\frac{۷}{۳}$

(۲) $-\frac{۳}{۴}$

(۱) $\frac{۳}{۴}$

۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 + ۷x}{x + 1} \leq ۱۰$ کدام است؟

(۴) $(-\infty, -۲] \cup (-۱, ۵]$

(۳) $[-۲, -۱) \cup [۵, +\infty)$

(۲) $[-۲, ۵] - \{-۱\}$

(۱) $(-\infty, -۲] \cup [۵, +\infty)$

۴- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = |x|$ ، $y = ۹ - |x - ۵|$ در ناحیه اول کدام است؟
 (۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴) $۱۴\sqrt{۲} - ۲$

۵- در یک ظرف ۴ مهره آبی، ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سفید وجود دارد به تصادف ۳ مهره از این ظرف خارج می کنیم احتمال اینکه این ۳ مهره از دو رنگ متفاوت باشند چقدر است؟

(۴) $\frac{۳۷}{۸۴}$

(۳) $\frac{۳۱}{۴۴}$

(۲) $\frac{۵۵}{۸۴}$

(۱) $\frac{۴}{۷}$

۶- دو نقطه $A(۰, m - ۴)$ و $B(۲m, m)$ مفروض اند اگر فاصله مبدا مختصات از وسط AB برابر $۲\sqrt{۵}$ باشد m کدام است؟

(۴) ۴ و -۲

(۳) ۴ و ۲

(۲) ۱ و -۲

(۱) ۲ و -۱

۷- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله $x - ۴\sqrt{x} + m - ۲ = ۰$ دو جواب متمایز برای x دارد؟
 (۱) $[۲, +\infty)$ (۲) $(-\infty, ۶)$ (۳) $[۲, ۶)$ (۴) $(۲, ۶)$



۸- چه مقدار محلول آب و نمک با غلظت ۸۰ درصد را به ۱۲ لیتر محلول آب و نمک با غلظت ۲۰ درصد اضافه کنیم، تا محلولی با غلظت ۶۰ درصد بدست آید؟

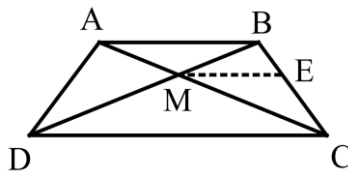
۳۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۸ (۲)

۲۴ (۱)

۹- در دوزنقه ABCD، نقطه‌ی M محل تلاقی قطرهای و ME موازی قاعده‌ها می‌باشد. اگر طول قاعده‌های این دوزنقه ۱۶ و ۲۴ واحد باشد، طول ME کدام است؟



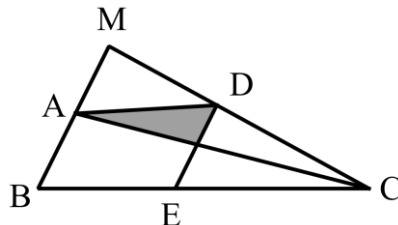
۸ (۲)

۹ / ۶ (۱)

۹ (۴)

۸ / ۴ (۳)

۱۰- در شکل زیر ADEB یک متوازی الاضلاع است. اگر $AD = ۴$ و $EC = ۶$ ، آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت مثلث ABC کدام است؟



$\frac{۹}{۱۶}$ (۲)

$\frac{۱۶}{۲۵}$ (۱)

$\frac{۴}{۲۵}$ (۴)

$\frac{۴}{۹}$ (۳)

۱۱- در مثلث ABC داریم $AC = \sqrt{۵}AB$ و $\hat{A} = ۹۰^\circ$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ / ۵ (۲)

۲ (۱)

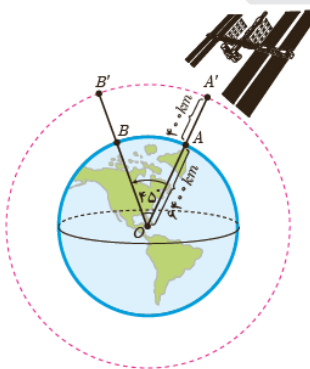
۱۲- مطابق شکل ماهواره ای ۴۰۰ کیلومتر بالاتر از سطح زمین قرار دارد. اگر این ماهواره توسط ایستگاه زمینی در مداری که مرکز زمین زاویه ۴۵ درجه می‌سازد رصد شود و بدانیم که شعاع زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است، مسافتی که این ماهواره در این مدت برحسب کیلومتر طی کرده است چقدر است؟ ($\pi = ۳$)

۵۱۰۰ (۲)

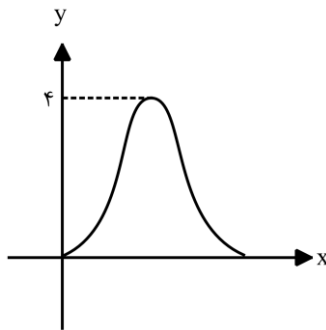
۴۸۰۰ (۱)

۱۰۶۰۰ (۴)

۵۲۰۰ (۳)

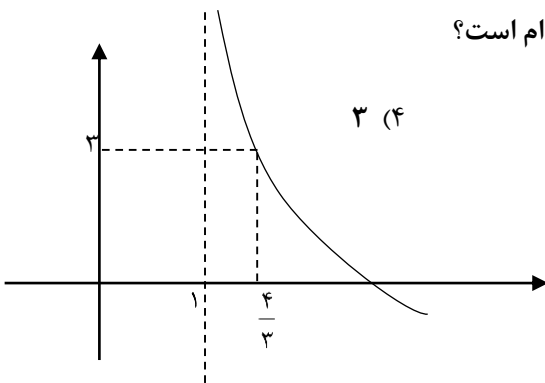


۱۳- شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ ، در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟



- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۱۴- اگر نمودار تابع $f(x) = 3 \log_b(x - a)$ به صورت زیر باشد، $\frac{a}{b}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) ۳

۱۵- اگر $2^{2x+y} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-x-2y} = 2$ ، $\log_3(3x + y) - \log(x - 2) = 1$ باشد، حاصل $\log_3(3x + y)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) صفر

۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & |x| \leq 1 \\ x[-x] & |x| > 1 \end{cases}$ در بازه $(-2, 2)$ پیوسته است. مقدار $3a + b$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۲
- (۲) -۲
- (۳) ۳
- (۴) -۳

۱۷- در پرتاب دو تاس با هم، مجموع اعداد ظاهر شده کوچکتر از ده است. با کدام احتمال هر دو عدد ظاهر شده زوج می باشند؟

- (۱) $\frac{8}{33}$
- (۲) $\frac{3}{11}$
- (۳) $\frac{1}{11}$
- (۴) $\frac{1}{5}$



۱۸- آزمایش‌های انجام شده روی دو بیمار نشان‌دهنده‌ی این است که احتمال بهبود بیمار اول پس از عمل پیوند قلب $\frac{2}{3}$ و

احتمال بهبود بیمار دوم پس از این عمل $\frac{4}{5}$ است. اگر آن‌ها تحت عمل پیوند قلب قرار گیرند چه قدر احتمال دارد فقط یکی از آن‌ها بهبود یابد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۹- نمره‌ی درس ریاضی دانش‌آموزان در دو کلاس A و B به شکل زیر گزارش شده است. به نظر شما معلم ریاضی ترجیح می‌دهد در کدام کلاس تدریس کند؟

- A: ۱۶ ۱۸ ۱۹ ۱۹ (۲) A
B: ۱۵ ۱۸ ۱۹ ۲۰ (۳) B
(۴) اطلاعات کافی نیست.

۲۰- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x}$ ، $g(x) = \frac{3x-6}{x}$ باشند، دامنه تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟

- (۱) $[2, +\infty)$ (۲) $(-\infty, -2]$ (۳) $(-2, 2)$ (۴) $\{0\} - [-2, 2]$

۲۱- اگر $f(x) = x^2 - 4x$ و $g(x) = 2x + 1$ باشد، حاصل $f^{-1} \circ g^{-1}(21)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۲- جواب کلی معادله مثلثاتی $2 = \sin(x + \frac{3\pi}{2}) \cos(\pi + x) - \sin(\pi + x) \cos(x + \frac{\pi}{2})$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{3}$

۲۳- مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{2 - \sqrt[3]{x+6}}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴) -۳



۲۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^2+2ax+b} = -\infty$ باشد، $a-b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۲۵- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+6}{x^2+1} & ; x \leq 1 \\ ax^2+bx & ; x > 1 \end{cases}$ بر روی R مشتق پذیر باشد، a کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) -۸

۲۶- مشتق تابع $y = \sqrt[3]{\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^2}$ به ازای $x = -2$ چند است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $-\frac{2}{9}$

۲۷- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = -\frac{8}{3}$ مقدار مشتق $f(\sqrt{1+3x})$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۲۸- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 3 \\ x-3a & x < 3 \end{cases}$ صعودی است؟

- (۱) $a < 1$ (۲) $a \leq -2$ (۳) $a \geq -4$ (۴) $a \geq -2$

۲۹- مینیمم مطلق تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$ در بازه $[1, 3]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۴

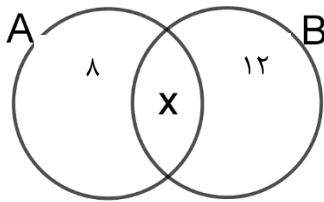
۳۰- اگر a قاعده و h ارتفاع وارد بر قاعده یک مثلث باشد و $a + 2h = 12$ فرض شود، به ازای کدام مقدار a مساحت مثلث ماکزیمم است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲



۱- اگر $n(A-B) = ۸$, $n(B-A) = ۱۲$, $n(A \cup B) = ۳n(A \cap B)$ باشد، مقدار $n(A)$ کدام است؟
 ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۲ (۴)

مل : گزینه ۳ صحیح است .



$$\begin{aligned} 20 + x &= 3x \Rightarrow x = 10 \\ n(A) &= 8 + 10 = 18 \end{aligned}$$

۲- حاصل عبارت $\frac{\cos 34^\circ - \sin 56^\circ}{\cos 52^\circ + \sin 38^\circ}$ با فرض $\tan 20^\circ = \frac{2}{5}$ ، کدام است؟

۳ (۱) $\frac{3}{4}$ ۲ (۲) $-\frac{3}{4}$ ۳ (۳) $\frac{7}{3}$ ۴ (۴) $-\frac{7}{3}$

جواب: گزینه ۴

$$\frac{\cos 34^\circ - \sin 56^\circ}{\cos 52^\circ + \sin 38^\circ} = \frac{\cos(36^\circ - 2^\circ) - \sin(54^\circ + 2^\circ)}{\cos(54^\circ - 2^\circ) + \sin(36^\circ + 2^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 2^\circ + \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ + \sin 2^\circ} = \frac{1 + \tan 2^\circ}{-1 + \tan 2^\circ} = \frac{1 + \frac{2}{5}}{-1 + \frac{2}{5}} = \frac{\frac{7}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{7}{3}$$

۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 + 7x}{x + 1} \leq 10$ کدام است؟

۱ (۱) $(-\infty, -2] \cup [5, +\infty)$ ۲ (۲) $[-2, 5] - \{-1\}$ ۳ (۳) $[-2, -1) \cup [5, +\infty)$ ۴ (۴) $(-\infty, -2] \cup (-1, 5]$

مل : گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{x^2 + 7x}{x + 1} - 10 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 1} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x - 5)(x + 2)}{x + 1} \leq 0$$

x	-2	-1	5
عبارت	-	۰	+

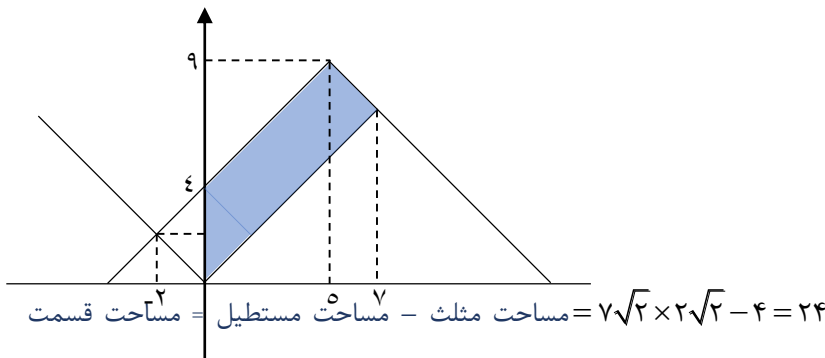
$(-\infty, -2] \cup (-1, 5]$



۴- مساحت ناحیه محدود به نمودار های دو تابع $y = |x|$, $y = 9 - |x - 5|$ در ناحیه اول کدام است؟
 ۲۲(۱) ۲۴(۲) ۲۸(۳) ۱۴√۲ - ۲(۴)

پاسخ گزینه ۲ صحیح است.

سوالات مربوط به محدود کردن مساحت، با رسم نمودار و تفکیک آن به شکلهایی مانند مثلث و مربع و .. قابل حل است. در این سوال شکل حاصل که با رنگ متفاوت مشخص شده است، یک مستطی است که یک مثلث از آن حذف شده است.



۵- در یک ظرف ۴ مهره آبی، ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سفید وجود دارد به تصادف ۳ مهره از این ظرف خارج می کنیم احتمال اینکه این ۳ مهره از دو رنگ متفاوت باشند چقدر است؟

۴(۱) $\frac{4}{7}$ ۲(۲) $\frac{55}{84}$ ۳(۳) $\frac{31}{44}$ ۴(۴) $\frac{37}{84}$

گزینه ۲ صحیح است

برای اینکه مهره از دو رنگ متفاوت باشند باید از یک رنگ ۲ مهره داشته باشیم و از رنگ دیگر یک مهره

$$\frac{\binom{4}{2}\binom{5}{1} + \binom{3}{2}\binom{6}{1} + \binom{2}{2}\binom{7}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{6 \times 5 + 3 \times 6 + 1 \times 7}{\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{55}{84}$$

۶- دو نقطه $A(0, m-4)$ و $B(2m, m)$ مفروض اند اگر فاصله مبدا مختصات از وسط AB برابر $2\sqrt{5}$ باشد m کدام است؟

۱(۱) و ۲- ۱(۲) و ۲- ۲(۳) و ۴ ۴(۴) و ۲-

جواب: گزینه ۴

برای حل این سوال ابتدا نقطه وسط AB را با استفاده از رابطه میان پاره خط بدست می آوریم، سپس رابطه فاصله بین دو نقطه را می نویسیم و آن را طبق صورت سوال برابر با $2\sqrt{5}$ قرار می دهیم:

$$M \text{ وسط } AB \left| \begin{matrix} m \\ m-2 \end{matrix} \right. \rightarrow OM = \sqrt{m^2 + (m-2)^2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$m^2 + (m-2)^2 = 20 \Rightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Rightarrow (m-4)(m+2) = 0 \Rightarrow m = 4 \text{ or } m = -2$$





همایش دروس عمومی و اختصاصی

- ✓ همایش های ویژه ماز در تمامی دروس اختصاصی و عمومی (۹ درس)
- ✓ ویژه جمع بندی و مرور نزدیک به روز کنکور
- ✓ برگزاری توسط اساتید کلاس های اصلی و نکته و تست ماز
- ✓ تورق کتاب، نکته های پایانی، تکنیک آزمون کنکور
- ✓ پیش بینی سوالات کنکور
- ✓ شروع همایش ها از ۴ مرداد

در صورتی که برای ثبت نام محصولات ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.

۷- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله $x - 4\sqrt{x} + m - 2 = 0$ دو جواب متمایز برای x دارد؟
 (۱) $[2, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 6)$ (۳) $[2, 6)$ (۴) $(2, 6)$

مل : گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم که در حل معادلات درجه دوم به فرمول $ax^2 + bx + c = 0$ معادله زمانی دو جواب متمایز دارد که $\Delta > 0$ اما در این سوال متغیر اصلی به فرم رادیکالی ارائه شده است و در نتیجه باید تغییر متغیر بدهیم. چون تغییر متغیر در این سوال $\sqrt{x} = t$ است بنابراین:
 $\sqrt{x} = t \Rightarrow t^2 - 4t + m - 2 = 0$
 معادله جدید باید ۲ جواب بزرگتر یا مساوی صفر داشته باشد تا معادله اول بتواند دو جواب متمایز داشته باشد. در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta > 0 &\rightarrow 16 - 4(m - 2) > 0 \Rightarrow m - 2 < 4 \Rightarrow m < 6 \\ -\frac{b}{a} > 0 &\rightarrow 4 > 0 \rightarrow \frac{c}{a} \geq 0 \rightarrow m - 2 \geq 0 \rightarrow m \geq 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{جواب: } [2, 6)$$

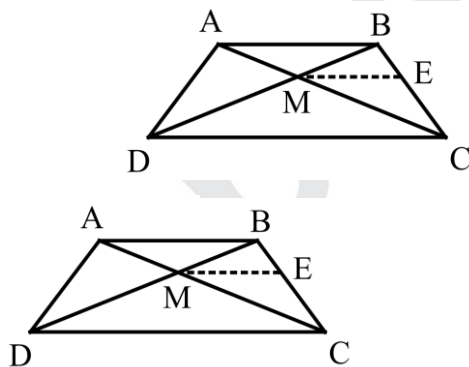
۸- چه مقدار محلول آب و نمک با غلظت ۸۰ درصد را به ۱۲ لیتر محلول آب و نمک با غلظت ۲۰ درصد اضافه کنیم، تا محلولی با غلظت ۶۰ درصد بدست آید؟
 (۱) ۲۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۳۰

مل : گزینه ۱ صحیح است.

این یک سوال نسبت نویسی ساده است. در این سوال میزان نمک موجود در هر یک از محلول ها را با استفاده از درصد غلظت حساب می کنیم و در صورت کسر می نویسیم و میزان کل محلول را در مخرج قرار می دهیم و آن را برابر با غلظت خواسته شده قرار می دهیم.
 X : حجم محلول اولیه

$$\frac{xx \cdot 0.8 + 12 \cdot 0.2}{x + 12} = 0.6 \Rightarrow 0.8x + 2.4 = 0.6x + 7.2 \Rightarrow 0.2x = 4.8 \Rightarrow x = 24$$

۹- در دوزنقه $ABCD$ ، نقطه‌ی M محل تلاقی قطرهای و ME موازی قاعده‌ها می‌باشد. اگر طول قاعده‌های این دوزنقه ۱۶ و ۲۴ واحد باشد، طول ME کدام است؟



$$\begin{aligned} (1) \quad & 9/6 \\ (2) \quad & 8/4 \end{aligned}$$

جواب: گزینه ۱

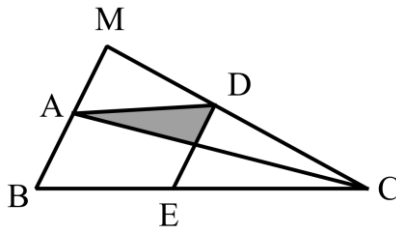
$$\Delta ABC \text{ تالس در } : \frac{ME}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{ME}{16} = \frac{CE}{BC} \quad (1)$$

$$\Delta BCD \text{ تالس در } : \frac{ME}{DC} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{ME}{24} = \frac{BE}{BC} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{CE}{BC} + \frac{BE}{BC} = \frac{ME}{16} + \frac{ME}{24} \Rightarrow \frac{2ME + 2ME}{48} = 1 \Rightarrow ME = \frac{48}{5} = 9.6$$



۱۰- در شکل زیر $ADEB$ یک متوازی الاضلاع است. اگر $AD = 4$ و $EC = 6$ ، آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) $\frac{16}{25}$ (۲) $\frac{9}{16}$
(۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{4}{25}$

جواب: گزینه ۴

مثلث سایه زده و مثلث ABC با هم متشابه هستند زیرا $AD \parallel BC$ است و در نتیجه زاویه $\hat{ACB} = \hat{DAC}$ و همچنین $\hat{ADE} = \hat{DEC} = \hat{MBC}$ در نتیجه نسبت تشابه آنها نسبت اضلاع متناظر یعنی $\frac{AD}{BC}$ می باشد. چون $ABED$ متوازی الاضلاع است در نتیجه $BE = AD = 4$ خواهد بود.

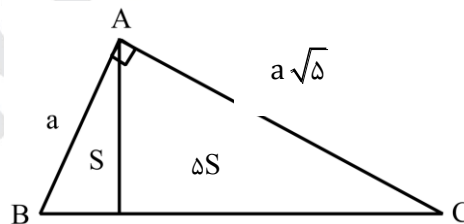
$$\frac{AD}{BC} = \frac{4}{4+6} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{نسبت مساحت ها، مجذور نسبت اضلاع}} \boxed{\frac{4}{25}}$$

۱۱- در مثلث ABC داریم $AC = \sqrt{5}AB$ و $\hat{A} = 90^\circ$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۳ (۴) ۴

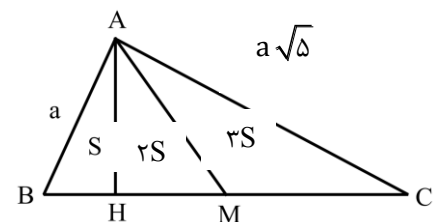
جواب: گزینه ۳

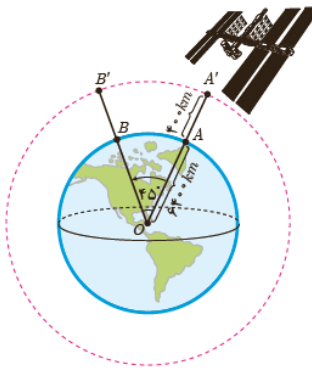
چون در این سوال فقط نسبت مساحت ها خواسته شده است می توانیم به صورت زیر عمل کنیم. در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر مساحت مثلث را به نسبت مجذور اضلاع تقسیم می کند. در نتیجه داریم:



از طرفی میانه وارد بر وتر مساحت را نصف می کند در نتیجه در این سوال مساحت قسمت قبل که $6S$ باشد را توسط میانه نصف می کنیم که در نتیجه در هر طرف میانه $3S$ قرار می گیرد و اگر ارتفاع و میانه را با هم در یک شکل رسم کنیم آنگاه تقسیم مساحت به صورت رو به رو خواهد بود:

$$\frac{6S}{2S} = 3$$





۱۲- مطابق شکل ماهواره ای ۴۰۰ کیلومتر بالاتر از سطح زمین قرار دارد. اگر این ماهواره توسط ایستگاه زمینی در مداری که مرکز زمین زاویه ۴۵ درجه می سازد رصد شود و بدانیم که شعاع زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است، مسافتی که این ماهواره در این مدت بر حسب کیلومتر طی کرده است چقدر است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) ۴۸۰۰
(۲) ۵۱۰۰
(۳) ۵۲۰۰
(۴) ۱۰۶۰۰

جواب: گزینه ۲

۱ ابتدا زاویه مرکزی ۴۵° را به رادیان تبدیل کنید.

$$\text{رادیان } \alpha = 45^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$$

۲ شعاع مدار دایره ای شکل که ایستگاه فضایی روی آن قرار دارد، برابر است با

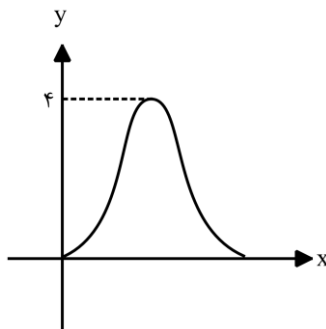
$$r = OA' = 6400 + 400 = 6800 \text{ km}$$

۳ طول کمان روبه روی $A'OB'$ با فرض $\pi \approx 3$ و با استفاده از رابطه $\alpha = \frac{l}{r}$ به طور تقریبی برابر

است با:

$$A'B' \text{ طول کمان } l = \frac{\pi}{4} \times 6800 = 3 \times 1700 = 5100$$

۱۳- شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{3}x)$ در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) -۱
(۳) ۱
(۴) ۲

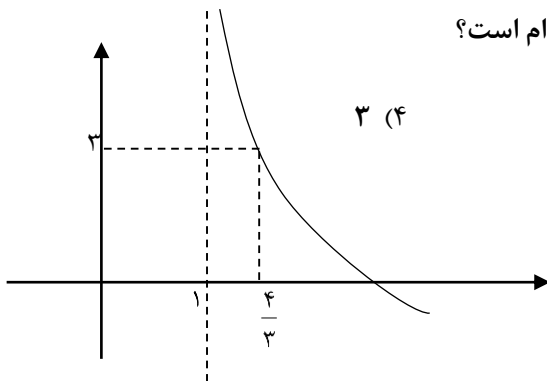
جواب: گزینه ۱

تابع از مبدا می گذرد بنابراین مختصات مبدا $O(0,0)$ را درون تابع قرار می دهیم تا یک رابطه بر حسب a و b به دست آید.

$$(0,0) \in f \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

$$y = a - a \cos(\frac{\pi}{3}x) = a(1 - \cos(\frac{\pi}{3}x)) \Rightarrow \max = 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2$$





۱۴- اگر نمودار تابع $f(x) = 3 \log_b(x-a)$ به صورت زیر باشد، $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$

جواب : گزینه ۴ صحیح می باشد

با توجه به دامنه تابع که از نمودار مشخص است، مقدار a بدست می آید:

$$1-a=0 \rightarrow a=1$$

دامنه تابع نمایی

پس از محاسبه a نقطه داده شده را در معادله جایگذاری میکنیم تا b بدست آید:

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = 3 \rightarrow 3 \log_b \frac{1}{3} = 3 \Rightarrow \log_b \frac{1}{3} = 1$$

$$\rightarrow b = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

۱۵- اگر $2^{2x+y} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-x-2y} = 2$ ، $\log(3x+8) - \log(x-2) = 1$ باشد، حاصل $\log_3(3x+y)$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

جواب : گزینه ۳ صحیح می باشد

$$\left. \begin{aligned} \log \frac{3x+8}{x-2} = 1 &= \log 10 \Rightarrow 3x+8 = 10 \cdot x - 20 \rightarrow x = 4 \\ 2^{2x+y} \times 2^{2x+4y} = 2^1 &\Rightarrow 4x+5y = 1 \xrightarrow{x=4} y = -3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \log_3(3x+y) = \log_3(3(4) + (-3)) = \log_3 9 = 2$$



۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & |x| \leq 1 \\ x[-x] & |x| > 1 \end{cases}$ در بازه $(-2, 2)$ پیوسته است. مقدار $3a + b$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است).

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

جواب: گزینه ۴

نکته) در توابع چند ضابطه‌ای باید نقاط مرزی برای وجود یا عدم وجود حد چک شود.

در این سوال، $|x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$ و $|x| > 1 \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$ می‌باشد. بر این اساس می‌توانیم فرض کنیم که تابع مورد بحث یک تابع ۳ ضابطه‌ای است و آن را به شکلی که در زیر می‌بینید بنویسیم. سپس ابتدا حد راست و چپ ۱ و -۱ را محاسبه می‌کنیم و سپس همسایگی‌های چپ و راست ۱ را برابر هم و همچنین همسایگی‌های چپ و راست -۱ را برابر هم قرار می‌دهیم.

$$f(x) = \begin{cases} -2x & 1 < x < 2 \\ ax + b & -1 \leq x \leq 1 \\ x & -2 < x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow -2 = a + b \\ &b = -\frac{3}{2} \\ &a = -\frac{1}{2} \\ &\rightarrow -1 = -a + b \end{aligned}$$

۱۷- در پرتاب دو تاس با هم، مجموع اعداد ظاهر شده کوچکتر از ده است. با کدام احتمال هر دو عدد ظاهر شده زوج می‌باشند؟

(۱) $\frac{8}{33}$ (۲) $\frac{3}{11}$ (۳) $\frac{1}{11}$ (۴) $\frac{1}{5}$

جواب: گزینه ۴

پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

A: پیشامد آن که هر دو عدد ظاهر شده زوج باشند.

B: پیشامد آن که مجموع اعداد ظاهر شده کمتر یا مساوی ۹ باشد.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

برای محاسبه‌ی تعداد اعضای B، از اصل متمم استفاده می‌کنیم:

$$n(B) = 36 - n(\{(4, 6), (6, 4), (6, 6), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}) = 36 - 6 = 30$$

برای محاسبه‌ی تعداد اعضای $A \cap B$ یعنی اعداد روی دو تاس زوج و مجموع آن‌ها کمتر یا مساوی ۱۰ باشد، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

۲	۲	
۴	۴	
۶	۶	

کل حالات ممکن ۹ حالت است که در ۳ حالت $(4, 6), (6, 4), (6, 6)$ جمع اعداد روی دو تاس، بزرگتر یا مساوی ۱۰ است؛ بنابراین

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} \quad n(A \cap B) = 8 \text{ می‌باشد.}$$



۱۸- آزمایش‌های انجام شده روی دو بیمار نشان‌دهنده‌ی این است که احتمال بهبود بیمار اول پس از عمل پیوند قلب $\frac{2}{3}$ و

احتمال بهبود بیمار دوم پس از این عمل $\frac{4}{5}$ است. اگر آن‌ها تحت عمل پیوند قلب قرار گیرند چه قدر احتمال دارد فقط یکی از آن‌ها بهبود یابد؟

۰/۴ (۴)

۰/۳ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

جواب: گزینه ۴

اگر A پیشامد بهبود بیمار اول و B پیشامد بهبود بیمار دوم باشد، داریم:

$$P(A \cap B') + P(A' \cap B) = P(A)P(B') + P(A')P(B)$$

$$= \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{4}{5}\right) + \left(1 - \frac{2}{3}\right) \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{15} + \frac{4}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

دقت کنید A و B دو پیشامد مستقل هستند پس A و B' هم‌چنین A' و B نیز مستقل هستند.

۱۹- نمره‌ی درس ریاضی دانش‌آموزان در دو کلاس A و B به شکل زیر گزارش شده است. به نظر شما معلم ریاضی ترجیح می‌دهد در کدام کلاس تدریس کند؟

A: ۱۶ ۱۸ ۱۹ ۱۹

A (۲)

B (۱)

B: ۱۵ ۱۸ ۱۹ ۲۰

(۳) فرقی نمی‌کند چون میانگین‌ها برابر هستند. (۴) اطلاعات کافی نیست.

جواب: گزینه ۲

معلم ترجیح می‌دهد در کلاسی تدریس کند که ضریب تغییرات کمتری دارد.

$$A: 16 \ 18 \ 19 \ 19 \rightarrow \bar{x}_A = \frac{16+18+19+19}{4} = 18$$

$$B: 15 \ 18 \ 19 \ 20 \rightarrow \bar{x}_B = \frac{15+18+19+20}{4} = 18$$

چون میانگین‌ها برابر است و $CV = \frac{\sigma}{x}$ ، در نتیجه هر کلاسی که نمرات آن، واریانس و در نتیجه انحراف معیار کمتری دارد، مطلوب‌تر است.

$$\sigma_A^2 = \frac{(16-18)^2 + (18-18)^2 + (19-18)^2 + (19-18)^2}{4} = \frac{6}{4}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(15-18)^2 + (18-18)^2 + (19-18)^2 + (20-18)^2}{4} = \frac{14}{4}$$

چون واریانس نمرات کلاس A کمتر است، در نتیجه انحراف معیار و ضریب تغییرات نمرات کمتری هم دارد و معلم این کلاس را ترجیح می‌دهد.



۲۰- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x}$, $g(x) = \frac{3x-6}{x}$ باشند، دامنه تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟
 (۱) $[2, +\infty)$ (۲) $(-\infty, -2]$ (۳) $(-2, 2)$ (۴) $[-2, 2] - \{0\}$

پاسخ گزینه ۴ صحیح است

$$D_g = \mathbb{R} - \{0\}, \quad D_f : (-\infty, 0] \cup [6, +\infty)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x-6}{x} \leq 0 &\rightarrow \frac{-6}{x} \leq -3 \\ \frac{3x-6}{x} \geq 6 &\rightarrow \frac{-6}{x} \geq 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2 \leq x \leq 2, x \neq 0$$

۲۱- اگر $f(x) = x^2 - 4x$; $(x \leq 2)$ و $g(x) = 2x + 1$ باشد، حاصل $g^{-1} \circ f^{-1}(21)$ کدام است؟
 (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

جواب: گزینه ۴

در این سوال دامنه تابع f برای اینکه معادله درجه معکوس پذیر شود محدود شده است. باید دقت کرد که در هنگام حل معادله دو مقدار ۴ و ۲ بدست می آید که باید با توجه به دامنه داده شده ۲ را انتخاب کرد.

$$f(x) = x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 4x = 21 \Rightarrow x^2 - 4x - 21 = (x-7)(x+3) = 0, x \leq 2 \Rightarrow x = -3$$

$$g(x) = 2x + 1, (g^{-1} \circ f^{-1})(21) = g^{-1}(-3) \Rightarrow (g(x) = 2x + 1 = -3 \Rightarrow x = -2) \Rightarrow g^{-1}(-3) = -2$$

۲۲- جواب کلی معادله مثلثاتی $2 = 3\sin(\pi + x)\cos(x + \frac{\pi}{2}) - \sin(x + \frac{3\pi}{2})\cos(\pi + x)$ ، به کدام صورت است؟
 (۱) $k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{3}$

جواب: گزینه ۲

$$3\sin(\pi + x)\cos(x + \frac{\pi}{2}) - \sin(x + \frac{3\pi}{2})\cos(\pi + x) = 2 \Rightarrow$$

$$3(-\sin x)(-\sin x) - (-\cos x)(-\cos x) = 2 \Rightarrow$$

$$3\sin^2 x - \cos^2 x = 2 \Rightarrow 3(1 - \cos^2 x) - \cos^2 x = 2 \Rightarrow 4\cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$



۲۳- مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{2 - \sqrt[3]{x+6}}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴) -۳

جواب: گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{2 - \sqrt[3]{x+6}} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{0 - \frac{1}{2\sqrt{x-1}}}{0 - \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+6)^2}}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{12}} = 6$$

۲۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^2 + 2ax + b} = -\infty$ باشد، $a-b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

جواب: گزینه ۳

جواب حد منفی بی نهایت شده است و میدانیم صورت کسر منفی است، در نتیجه مخرج کسر بایستی ریشه مضاعف ۱ داشته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^2 + 2ax + b} = -\infty \Rightarrow x^2 + 2ax + b = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 1 \Rightarrow a - b = -2$$

۲۵- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+6}{x^2+1} & ; x \leq 1 \\ ax^2 + bx & ; x > 1 \end{cases}$ بر روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر باشد، a کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) -۸

جواب: گزینه ۱

برای اینکه تابع در $x=1$ مشتق پذیر باشد ابتدا باید در $x=1$ پیوسته باشد. پس $a+b=4$.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-2x^2 - 12x + 2}{(x^2 + 1)^2} & ; x < 1 \\ 2ax + b & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = -3$$

در نتیجه $b=1, a=-7$



۲۶- مشتق تابع $y = \sqrt[3]{\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^2}$ به ازای $x = -2$ چند است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $-\frac{2}{9}$

جواب: گزینه ۴

مشتق تابع را می نویسیم.

$$y' = \frac{2}{3} \left(\frac{2x-2-2x-1}{(x-1)^2} \right) \left(\frac{2x+1}{x-1} \right)^{-\frac{1}{3}}, \quad y' = \frac{2}{3} \frac{-3}{(x-1)^2} \left(\frac{2x+1}{x-1} \right)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow y'(-2) = -\frac{2}{9}$$

۲۷- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = -\frac{8}{3}$ مقدار مشتق $f(\sqrt{1+3x})$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 2

جواب: گزینه ۱

تساوی اول $f'(2)$ می باشد پس از تابع داده شده مشتق می گیریم چون مشتق $f(u)$ برابر $u'f'(u)$ می باشد داریم:

$x = 1$ پس از جایگذاری داریم:

$$\frac{3}{2\sqrt{1+3}} f'(2) = \frac{3}{4} \times \left(-\frac{8}{3}\right) = -2$$

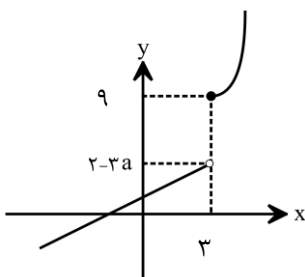
پس گزینه ی ۱ صحیح است.

۲۸- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 3 \\ x - 3a & x < 3 \end{cases}$ صعودی است؟

- (۱) $a < 1$ (۲) $a \leq -2$ (۳) $a \geq -4$ (۴) $a \geq -2$

جواب: گزینه ۴

نمودار تابع را رسم می کنیم. برای آن که تابع f صعودی باشد، باید عرض نقطه ی A از عرض نقطه ی $(2, 3)$ بیش تر نباشد، بنابراین:



$$3 - 3a \leq 9 \Rightarrow 3a \geq -6 \Rightarrow a \geq -2$$



برای اولین بار در کشور، مصاحبه با تمام رتبه های زیر صد
کنکور سال گذشته و منابعی که استفاده می کردند

...برای مشاهده کلیک کنید...

تک رقمی های کنکور تجربی ۹۸ از چه تاریخی مازی بودند؟

امیرضا بسکابادی		رتبه ۶	۱۳۹۲/۱۰/۰۵
ایزد مهر احمدی نژاد		رتبه ۱	۱۳۹۲/۰۲/۰۷
گلسمصباحی		رتبه ۷	۱۳۹۵/۰۷/۰۳
محسن راستکار		رتبه ۲	۱۳۹۸/۰۲/۲۱
ریحانه فرخی		رتبه ۸	۱۳۹۲/۰۸/۱۵
فرهنگ امیری		رتبه ۳	۱۳۹۲/۰۶/۰۹
سیاوش کیانپور		رتبه ۹	۱۳۹۲/۰۷/۱۸
رسا ظفری		رتبه ۴	۱۳۹۲/۱۰/۱۸
سید مهدی زارع زاده		رتبه ۱۰	۱۳۹۲/۱۱/۲۱
محمد رضا ارشد صوفیانی		رتبه ۵	۱۳۹۲/۰۵/۲۰
امیر حسام زارع		رتبه ۱۰	۱۳۹۶/۰۶/۰۲

 www.biomaze.ir



#ماز_به_کسی_نگو!

  @biomaze

در صورتی که برای ثبت نام محصولات ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.

۲۹- مینیمم مطلق تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$ در بازه $[1, 3]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۴

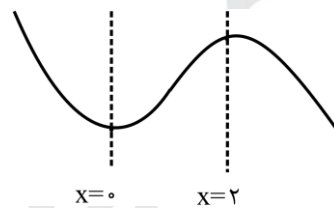
جواب: گزینه ۳

نقاط بحرانی تابع را می‌یابیم:

$$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow -3x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \xrightarrow{x \in [1, 3]} x=2$$

بنابراین برای محاسبه‌ی ماکزیمم مطلق، مقادیر تابع را در نقاط $x=1$ ، $x=2$ و $x=3$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 2 \text{ (ماکزیمم مطلق)} \\ f(3) = -2 \text{ (مینیمم مطلق)} \end{cases}$$



۳۰- اگر a قاعده و h ارتفاع وارد بر قاعده یک مثلث باشد و $a + 2h = 12$ فرض شود، به ازای کدام مقدار a مساحت مثلث ماکزیمم است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

جواب: گزینه ۱

رابطه مساحت به صورت $S = \frac{a \cdot h}{2}$ است و طبق فرض $a + 2h = 12$ می‌باشد. پس داریم:

$$S = \frac{a \left(\frac{12-a}{2} \right)}{2} = \frac{12a - a^2}{4} = 3a - \frac{a^2}{4}$$

مساحت ماکزیمم: $S' = 0 \Rightarrow 3 - \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow a = 6$

